UMBB/Faculté des Sciences

Département de Mathématiques Processus stochastiques 1Master 1 : MSS

**Série 1**

Exercice 1  On souhaite modéliser le temps d’arrivée entre chaque client dans une file d’attente par des lois exponentielles de même paramètre

1. En supposant que le temps moyen entre deux arrivées soit 2, quelle doit être la valeur de
2. En utilisant cette valeur pour λ, quelle est la probabilité que le temps d’arrivée entre deux clients soit :
3. compris entre 1 et 3 ?
4. supérieur à 4

Exercice 2  Les admissions à l’urgence d’un hôpital se font selon un processus de Poisson. En moyenne, un patient se présente à l’urgence toutes les 12 minutes.

1. Quelle est l’intensité du processus de Poisson ?
2. Si le préposé aux admissions prend 3 minutes pour remplir le dossier d’un patient, quelle est la probabilité qu’il ait le temps de se reposer entre l’arrivée de deux patients sachant qu’il était inoccupé lors de l’arrivée du premier des deux ?
3. Supposons que le préposé aux admissions commence sa journée de travail à 7h du matin, qu’il la termine à 15h et qu’il va diner de midi à 13h.

quelles sont l’espérance et la variance du temps que le préposé passe au cours de la journée à remplir des demandes d’admission ?

Exercice 3 le nombre de clients arrivent dans une épicerie peut être modéliser par un processus de Poisson d’intensité 4 clients par heure. Quand l’épicerie ouvre à 9h.

1. Quelle est la probabilité qu’un seul client soit arrivé à 9h 30 sachant que 5 au total soient arrivés à 11h 30.
2. Le nombre moyen de clients arrivant entre 11h 30 et 11h 50.
3. La variance du nombre de clients arrivant à 11h 25.

Exercice 4 Le long d’une route à voie unique, l’écoulement des véhicules peut être décrit par un processus de Poisson de paramètre λ = 2 par minute.

1. Sachant que 4 véhicules sont passés en 3 minutes, déterminer la probabilité que 3 soient passés dans les 2 premières minutes.
2. Pour cause de travaux, on doit interrompre le trafic pendant une durée . On compte alors une longueur de 8 m de route occupée par véhicule immobilisé et on cherche la valeur de telle que la queue fermée ne dépasse 250 m qu’avec une probabilité 0.2.

On peut lire sur la table que pour une variable de loi normale

Exercice 5 Entre 8h et 9h du matin, les accidents de circulation arrivent suivant un processus de Poisson de paramètre accidents par heure. Entre 9h et 11h, les accidents sont modélisés par un autre processus de Poisson, indépendant du premier, de paramètre accidents par heure.

Calculer la probabilité de la variable aléatoire représentant le nombre d’accidents de circulation entre 8h et 11h.

Exercice 6 Des clients arrivent à un magasin selon un processus de Poisson d’intensité clients par heure. Chaque client qui arrive achète une paire de souliers avec probabilité

1. Quelle est la probabilité que 4 clients arrivent au magasin durant une heure.
2. Quelle est la probabilité qu’au moins un client achète des souliers durant les 8 prochaines heures.

Exercice 7 Un radar est placé sur une route où il passe en moyenne 5 véhicules en excès de vitesse par heure . On admet que ces véhicules forment un processus de Poisson.

1. On suppose que le radar ne peut pas tomber en panne mais qu’il ne détecte que 80% des véhicules en excès de vitesse. Déterminer la loi du nombre de véhicules détectés par le radar après 100 heures de fonctionnement et le nombre moyen de ces véhicules.
2. On suppose ici que le nombre de personnes dans les véhicules varie de 1 à 5 avec les probabilités respectives 0.4, 0.3, 0.1, 0.1, 0.1. Déterminer la fonction génératrice du nombre de personnes retardées par l’incident après 100 heures et le nombre moyen de ces personnes.
3. On suppose que la durée de fonctionnement du radar suit une loi exponentielle de moyenne 100 heures. Déterminer la loi du nombre de véhicules détectés par le radar et le nombre moyen de ces véhicules.

Exercice 8 un magasin ouvre à 8h. De 8h à 10h, les clients arrivent selon un processus de Poisson d’intensité 4 par heure. De 10h à midi, l’intensité est de 8 par heure. De midi à 14h, l’intensité croit de 8 par heure (à midi) jusqu’à 10 par heure (à 14h). De 14h à 17h, l’intensité décroit de 10 par heure (à 14h) jusqu’à 2 par heure (à 17h).

Trouver la moyenne du nombre de clients qui entrent dans le magasin ce jour.